Operaciones con intervalos y puntos en el plano

Pedro Vicente Esteban Duarte

Presentación

Los intervalos son conjuntos de números reales que se pueden representar gráficamente sobre la recta real. Se pueden trabajar con las reglas de los conjuntos en general, como son el complemento, la intersección, la unión, la diferencia y la diferencia simétrica. La comprensión de los intervalos permite el trabajo con el dominio y el rango de relaciones y funciones.

Para tener un manejo adecuado del trabajo con intervalos, es necesario graficarlos en la recta real y escribirlos en la notación de conjuntos a partir de desigualdades.

De otro lado, la ubicación de puntos en el plano y sombreado de regiones en el mismo son aspectos que se deben de tener en cuenta cuando se trabaja con desigualdades.

El módulo tiene los siguientes objetivos:

Objetivos generales

Operar y graficar intervalos en la recta real.

Graficar desigualdades en el plano cartesiano.

Objetivos específicos

Realizar operaciones básicas de conjuntos con intervalos.

Graficar intervalos en la recta real.

Ubicar puntos en el plano cartesiano.

Graficar desigualdades en el plano cartesiano.

Los conceptos expuestos y los ejercicios planteados son básicos para comprender conceptos fundamentales del cálculo y de las matemáticas en general.

El tiempo estimado para la solución del taller es de tres (3) horas.

En su estudio y solución, le deseamos muchos éxitos.

1. Operaciones con intervalos

Los intervalos son conjuntos de números reales, por lo tanto, se pueden realizar las operaciones definidas entre conjuntos: unión, intersección, diferencia, diferencia simétrica y complemento.

Para los conjuntos definidos como intervalos, el conjunto universal o de referencia U es el conjunto de los números reales $\mathbb{R}$. Cualquier subintervalo se denota por una letra mayúscula. Si A está contenido en los números reales, gráficamente, se puede representar de la siguiente manera:

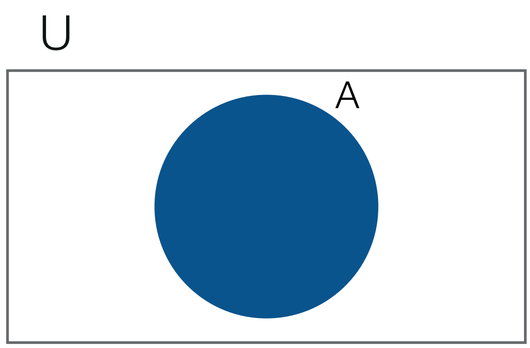


Figura 1: El conjunto A forma parte del conjunto universal U.

El intervalo $A = [a,b] = \{x \in \mathbb{R}/a \leq x \leq b\}$, es un subconjunto de números reales y en la recta real se representa de la siguiente forma:

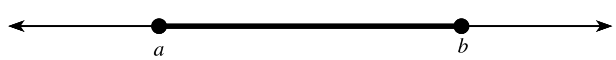


Figura 2: Intervalo A.

1.1. Complemento de un intervalo

El complemento de un conjunto A, $A' = A^c = \{x/x \notin A\}$, en palabras, se define como el conjunto de todos los elementos que no están en A ó lo que le falta a A para ser igual al universal.

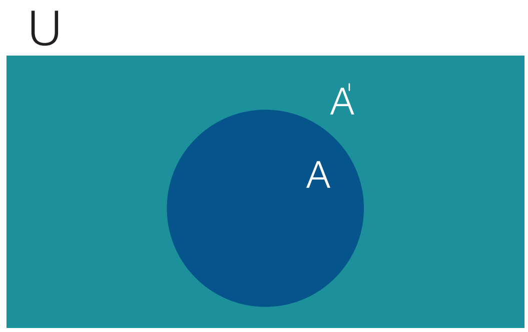


Figura 3: El complemento del conjunto A, son todos los elementos que están por fuera de A.

El complemento de un intervalo $A = [a,b]$, es $A' = (-\infty, a) \cup (b, \infty)$. Son todos los números reales que no pertenecen a A. Se representa en la recta real de la siguiente manera:

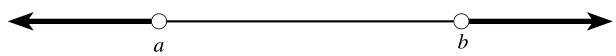


Figura 4: Complemento del intervalo $[a,b]$, $A' = (-\infty, a) \cup (b, \infty)$.

Note que si $a \in A$, $a \notin A'$, si $b \in A$, $b \notin A'$.

El complemento de un intervalo $B = (a,b)$, es $B' = (-\infty, a] \cup [b, \infty)$. Son todos los números reales que no pertenecen a B. Se representa en la recta real de la siguiente manera:

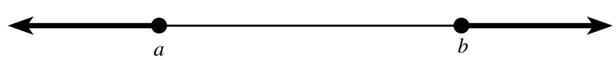


Figura 5: Complemento del intervalo (a,b) es $B' = (-\infty, a] \cup [b, \infty)$.

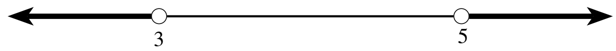
Note que si $a \notin B$, $a \in B'$, si $b \notin B$, $b \in B'$.

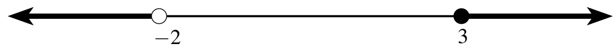
Ejemplo

Encontrar y graficar los complementos de los intervalos $A = [3,5]$ y $B = [-2,3)$.

Para el conjunto A, su complemento es $A' = (-\infty, 3) \cup (5, \infty)$. gráficamente, se representa de la siguiente manera:

Para el intervalo B, su complemento es $B' = (-\infty, -2) \cup [3, \infty)$ y gráficamente se representa por:





Ejercicio

Si $U = \{1, a, 2, b, 3, c, 4, d\}$ es un conjunto universal, el complemento del conjunto $A = \{a, b, c, 4\}$ es

a. $A' = \{1, 2, 3, 4\}$

b. $A' = \{1, 2, 3, d\}$

c. $A' = \{1, b, 3, 4\}$

d. $A' = \{1, 2, c, 4\}$

Ejercicio

El complemento del intervalo $(-\infty, 8)$ es

a. $[8, \infty)$

b. Los reales positivos.

c. $(8, \infty)$

d. Todos los números enteros ($\mathbb{Z}$) mayores que 8.

1.2. Unión entre conjuntos e intervalos

La unión entre los conjuntos A y B se define como $A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$. El conjunto $A \cup B$ está formado por todos los elementos que pertenecen a A o pertenecen a B sin repetirlos.

En la unión de dos conjuntos A y B se pueden presentar tres situaciones:

- A y B no tienen elementos en común, como se muestra en la siguiente figura.

  Ejemplo

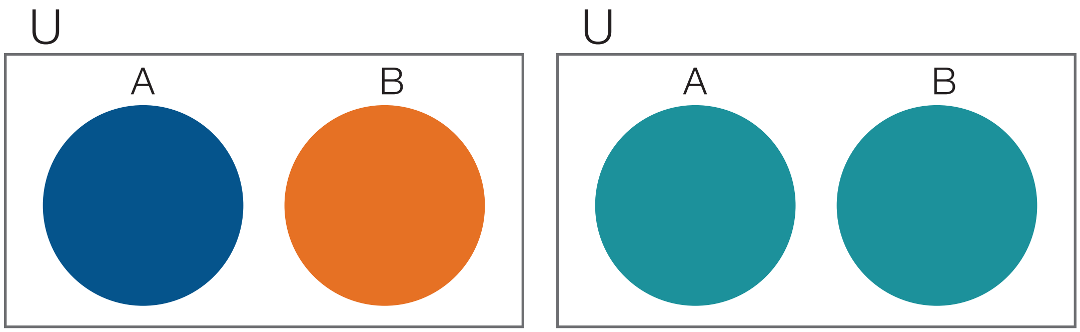
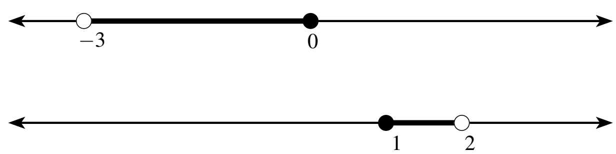
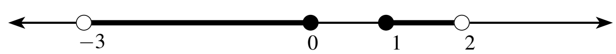


Figura 6: $A \cup B$, si A y B no tienen elementos en común.

Los intervalos $A = (-3, 0]$ y $B = [1, 2)$, no tienen elementos en común. Gráficamente se representan de la siguiente manera:



Para los intervalos A y B, $A \cup B = (-3, 0] \cup [1, 2)$ se representa gráficamente como sigue:



- A y B tienen elementos en común.

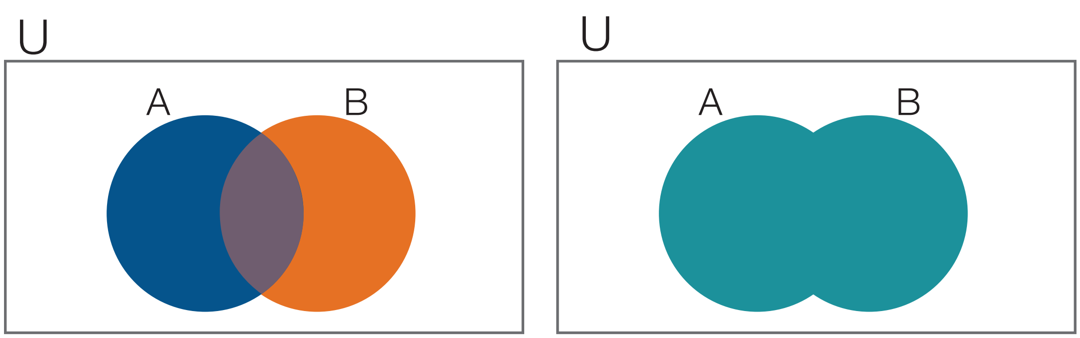
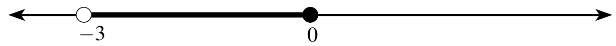


Figura 7: $A \cup B$, si A y B tienen elementos en común.

Ejemplo

Los intervalos $A = (-3, 0]$ y $B = (-1, 2)$, tienen al intervalo $(-1, 0]$ en común. gráficamente se representan de la siguiente manera:



La unión $A \cup B = (-3,0] \cup (-1,2) = (-3,2)$, que se representa gráficamente como sigue:

Al efectuar la unión entre conjuntos, los elementos en común no se repiten.

- Uno de los dos conjuntos esta totalmente contenido en el otro. En la figura siguiente, el conjunto B, es totalmente contenido en el A.

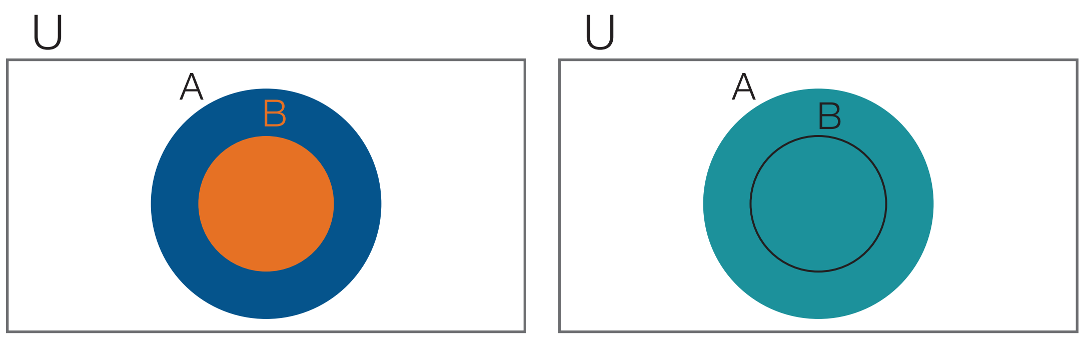
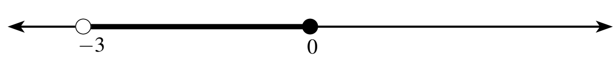
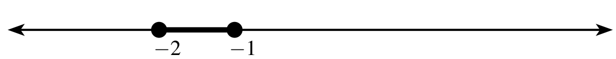


Figura 8: $A \cup B$, si B está totalmente contenido en A.

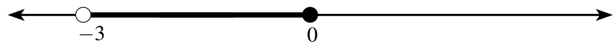
Ejemplo

Los intervalos $A = (-3,0]$ y $B = [-2,-1]$. El intervalo B, está totalmente contenido en el intervalo A. gráficamente se representan de la siguiente manera:





La unión $A \cup B = (-3,0] \cup [-2,-1] = (-3,0]$, que se representa gráficamente como sigue:



Al realizar la unión entre conjuntos los elementos en común no se repiten.

Ejercicio

Para los conjuntos $A = \{-1,-2,-3,-4\}$, $B = \{a,e,i,-4\}$, $A \cup B$ es

a. $\{-1,-2,-3,-4,a,e\}$

b. $\{-1,-2,-3,-4,a,e,i\}$

c. $\{-2,-3,-4,a,e,i\}$

d. $\{-1,-2,-4,a,e\}$

Ejercicio

Para los intervalos $A = (-\pi,2)$ y $B = (1,5)$, $A \cup B$ es

a. $[-\pi,5)$

b. $(-\pi,5]$

c. $(-\pi,5)$

d. $(-\pi,5)$ menos el número 2 y el 1.

1.3. Intersección de conjuntos e intervalos

La intersección entre los conjuntos A y B se define como $A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$. El conjunto $A \cap B$ está formado por todos los elementos comunes entre los dos conjuntos sin repetirlos.

En general, en la intersección de dos conjuntos A y B se pueden considerar tres situaciones:

- A y B no tienen elementos en común, como se muestra en la siguiente figura.

  Ejemplo

  Los intervalos $A = (-3,0]$ y $B = [1,2)$, no tienen elementos en común. Gráficamente se representan de la siguiente manera:

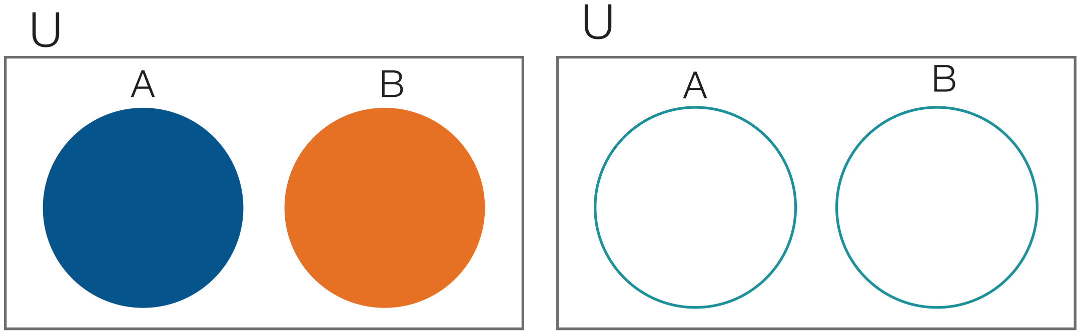
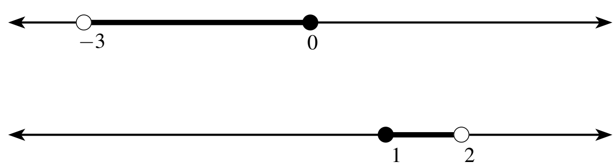


Figura 9: $A \cap B$, si A y B no tienen elementos en común.



La intersección $A \cap B = (-3, 0] \cap [1, 2) = \emptyset$ (conjunto vacío), que no tiene una representación gráfica en la recta real.

- A y B tienen elementos en común.

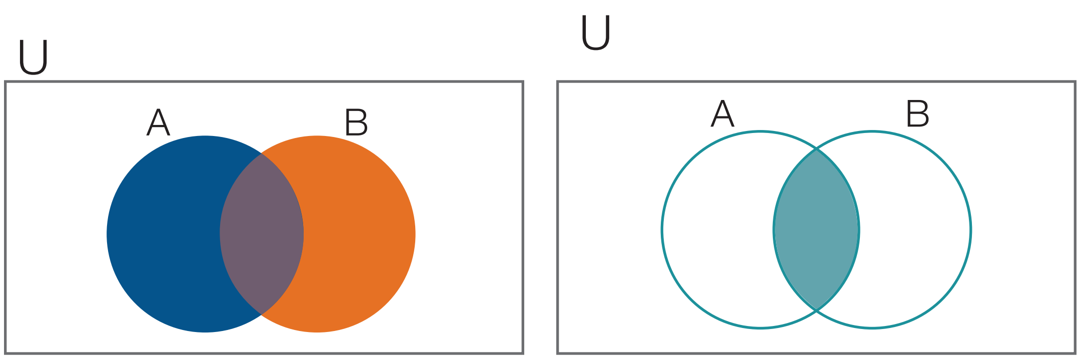
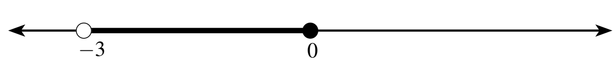


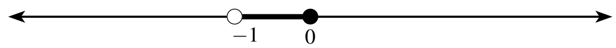
Figura 10: $A \cap B$, si A y B tienen elementos en común.

Ejemplo

Los intervalos $A = (-3, 0]$ y $B = (-1, 2)$, tienen al intervalo $(-1, 0]$ en común. Estos elementos, son la intersección de los dos conjuntos.



La intersección $A \cap B = (-3,0] \cap (-1,2) = (-1,0]$, se representa gráficamente como sigue:



El elemento $-1 \in A$, pero $-1 \notin B$, por lo tanto $-1 \notin A \cap B$. Para que un elemento esté en la intersección, debe pertenecer a ambos intervalos.

- Uno de los dos conjuntos está totalmente contenido en el otro. En la figura siguiente, el conjunto B, está totalmente contenido en el A.

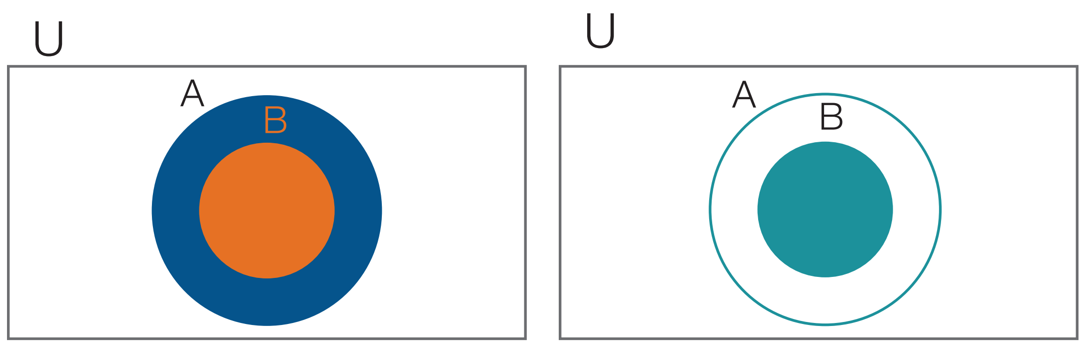
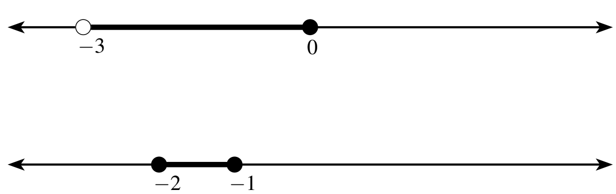


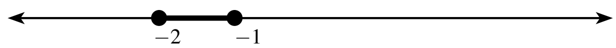
Figura 11: $A \cap B = B$, si B está contenido en A, .

Ejemplo

Para los intervalos $A = (-3,0]$ y $B = [-2,-1]$, el intervalo B, está totalmente contenido en el intervalo A. Gráficamente se representan de la siguiente manera:



En la intersección $A \cap B = (-3,0] \cap [-2,-1] = B$, los elementos que están en la intersección son todos los de B.



Se puede observar que los elementos en común no se repiten, y solamente estos se representan en la recta real.

Ejercicio

Para los conjuntos $A = \{-1,-2,-3,-4\}$, $B = \{a,e,i,-4\}$, $A \cap B$ es

a. $\{-4\}$

b. -4

c. $\emptyset$

d. $\{-4,a\}$

Ejercicio

Para los intervalos $A = (-\pi,2)$ y $B = (1,5)$, $A \cap B$ es

a. $\emptyset$

b. $(-\pi,5]$

c. $[1,2]$

d. $(1,2)$

1.4. Diferencia entre conjuntos e intervalos

La diferencia entre los conjuntos A y B se define como $A - B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$. El conjunto $A - B$ está formado por todos los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B.

En la diferencia de dos conjuntos A y B se pueden considerar tres situaciones:

- A y B no tienen elementos en común, como se muestra en la siguiente figura.

  Ejemplo

  Los intervalos $A = (-3,0]$ y $B = [1,2)$, no tienen elementos en común. Gráficamente, la diferencia, se representan de la siguiente manera:

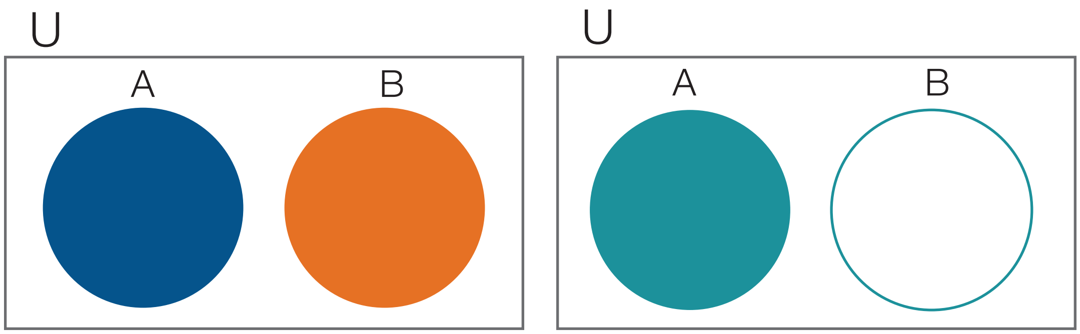
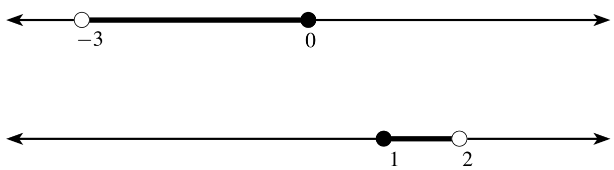
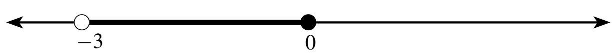


Figura 12: $A - B = A$, si A y B no tienen elementos en común.



La diferencia $A - B = (-3,0] - [1,2) = A$. En este caso, todos los elementos de B no están en A.



- A y B tienen elementos en común.

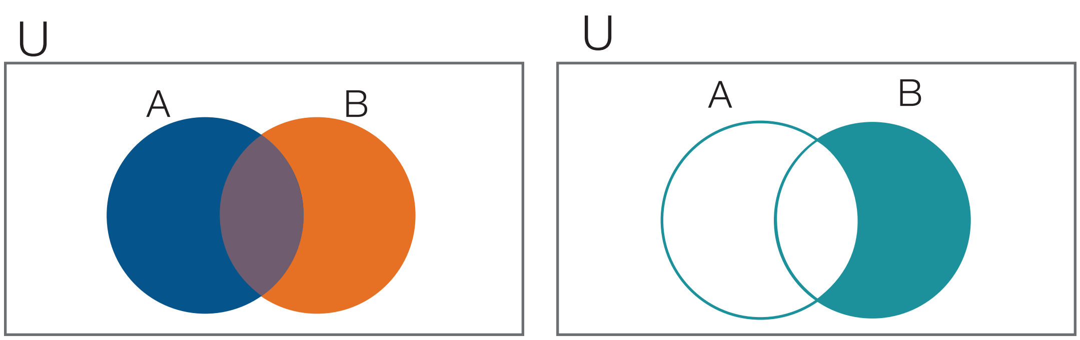
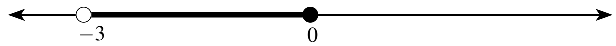


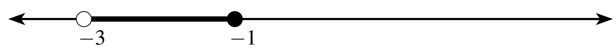
Figura 13: $B - A$, si A y B tienen elementos en común.

Ejemplo

Los intervalos $A = (-3,0]$ y $B = (-1,2)$, tienen al intervalo $(-1,0]$ en común. Gráficamente se representan de la siguiente manera:



La diferencia $A - B = (-3,0] - (-1,2) = (-3,-1]$, que se representa gráficamente como sigue:



Observe que $-1 \in A$ y $-1 \notin B$, por lo tanto $-1 \in A - B$.

- Uno de los dos conjuntos está totalmente contenido en el otro. En la figura siguiente, el conjunto B, está totalmente contenido en el A.

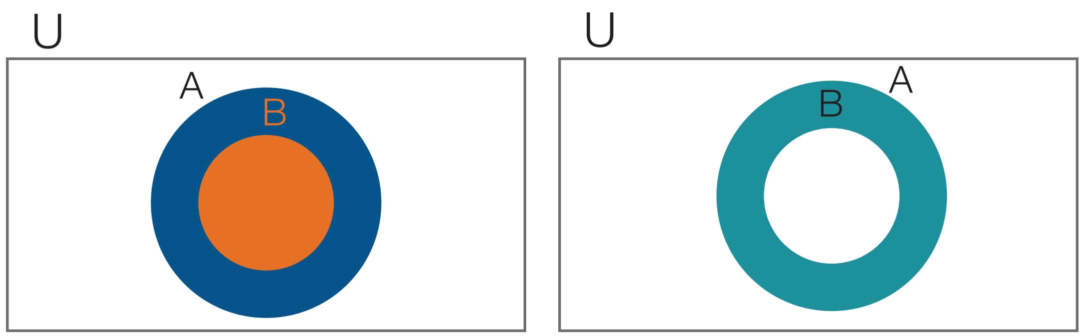
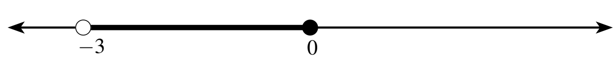
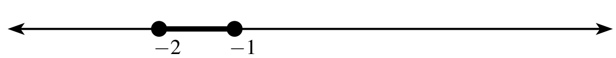


Figura 14: $A - B$, si B está totalmente contenido en A.

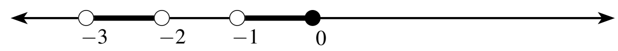
Ejemplo

Los intervalos $A = (-3,0]$ y $B = [-2,-1]$. El intervalo B, está totalmente contenido en el intervalo A. Gráficamente se representan de la siguiente manera:





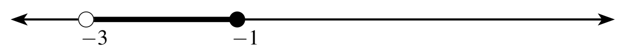
La diferencia $A - B = (-3,0] - [-2,-1] = (-3,-2) \cup (-1,0]$, que se representa gráficamente como sigue:

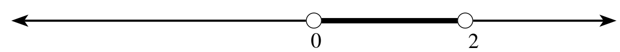


Observe que los elementos que pertenecen a los dos intervalos no están en la diferencia.

La diferencia entre intervalos no es conmutativa, es decir $A-B \neq B-A$.

Para los intervalos $A=(-3,0]$ y $B=(-1,2)$ se tiene que $A-B=(-3,-1]$ y $B-A=(0,2)$. Gráficamente estos dos últimos intervalos se representan de la siguiente manera:





Ejercicio

Para los conjuntos $A=\{-1,-2,-3,-4\}$, $B=\{a,e,i,-4\}$, $A-B$ es

a. $\{a,e,i\}$

b. $\{a,-2,i\}$

c. $\{-1,-2,-3\}$

d. $\emptyset$

Ejercicio

Para los intervalos $A=(-\pi,2]$ y $B=(1,5)$, $A-B$ es

a. $\emptyset$

b. $(-\pi,1]$

c. $[1,5)$

d. $[1,2]$

1.5. Diferencia simétrica de conjuntos e intervalos

La diferencia simétrica entre los conjuntos A y B se define como $A \triangle B=(A-B)\cup(B-A)$. Para el caso en el que A y B tienen elementos en común, $A \triangle B$ se representa de la siguiente manera:

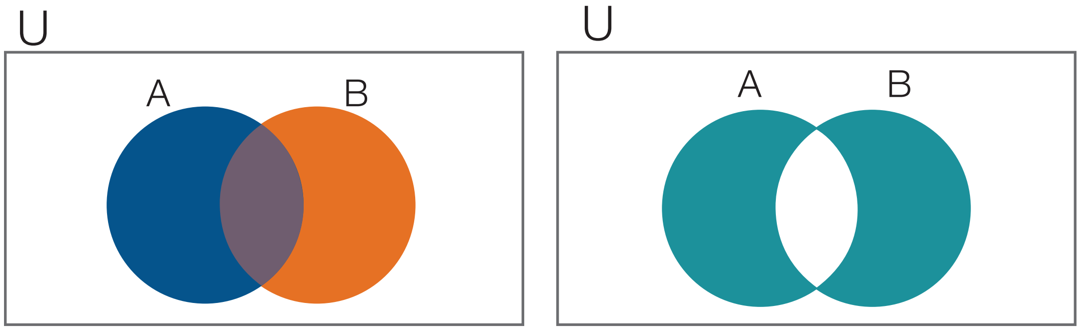
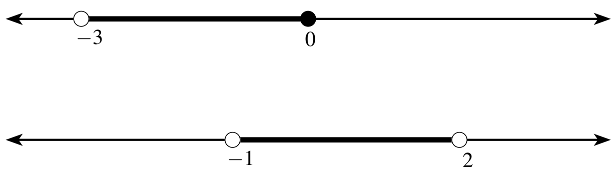


Figura 15: $A \triangle B$, si A y B tienen elementos en común.

Ejemplo

Los intervalos $A = (-3, 0]$ y $B = (-1, 2)$, tienen al intervalo $(-1, 0]$ en común. Gráficamente se representan de la siguiente manera:



La diferencia simétrica $A \triangle B = \{(-3, 0] - (-1, 2)\} \cup \{(-1, 2) - (-3, 0]\} = (-3, -1] \cup (0, 2)$, que se representa gráficamente como sigue:

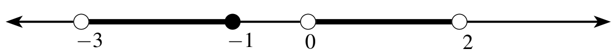


Figura 16: $A \triangle B$

Compruebe que $A \triangle B = (A \cup B) - (A \cap B)$.

Ejercicio

Para los conjuntos $A = \{-1, -2, -3, -4\}$, $B = \{a, e, i, -4\}$, $A \triangle B$ es

a. $\{-1, -2, -3\} \cup \{a, e, i\}$

b. $\{-1, -2, -3\} \cap \{a, e, i\}$

c. $\{-1, a, -3\}$

d. $\emptyset$

Ejercicio

Para los intervalos $A = (-\pi, 2]$ y $B = (1, 5)$, $A \triangle B$ es

a. $\emptyset$

b. $(-\pi, 1) \cup [2, 5]$

c. $(-\pi, 1) \cap [2, 5]$

d. $(-\pi, 1] \cup (2, 5)$

2. Puntos en el plano cartesiano

El plano cartesiano está determinado por dos líneas rectas perpendiculares entre sí. La intersección se toma como el origen. La recta horizontal se denomina abscisa o eje X y, la vertical, ordenada o eje Y. La abscisa y ordenada dividen el plano en cuatro regiones que se denominan cuadrantes. Se nombran en el sentido contrario a las manecillas del reloj, como cuadrante I, cuadrante II, cuadrante III y cuadrante IV. El siguiente gráfico ilustra ésta situación:

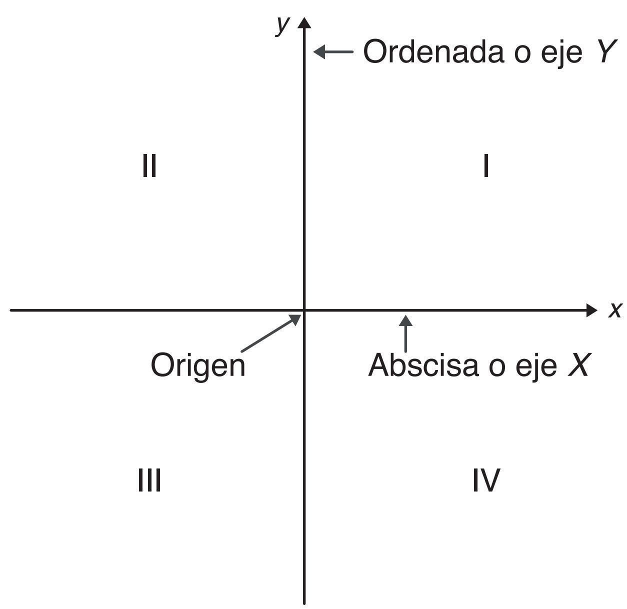


Figura 17: Plano cartesiano y cuadrantes.

El origen corresponde con el punto $(0, 0)$. En el primer cuadrante, tanto los valores de X como de Y son positivos. En el segundo cuadrante, los valores de X son negativos y los de Y positivos. En el tercer cuadrante, tanto los valores de X como los de Y son negativos y por último, en el cuarto cuadrante, los valores de X son positivos y los de Y negativos.

Un punto en el plano cartesiano tiene dos componentes: la primera en el eje X y la segunda en el eje Y. Si a y b son positivos, para ubicar el punto (a,b), se traza un segmento de recta punteada perpendicular al eje X a a unidades del origen; luego se traza un segmento de recta punteada perpendicular al eje Y a b unidades del origen. El punto (a,b) se ubica en la intersección de los dos segmentos de recta trazados, como se ilustra en el siguiente gráfico:

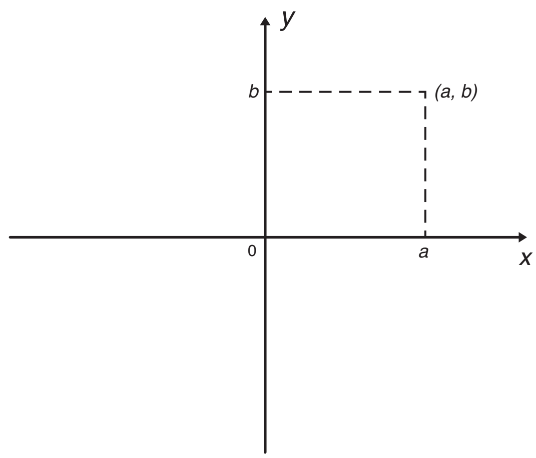


Figura 18: Punto (a,b) en el plano cartesiano.

Para ubicar puntos en el plano cartesiano, se trazan rectas paralelas a cada uno de los ejes coordenados, a una unidad fija predeterminada. En la siguiente gráfica aparecen marcados los puntos $A(2,3)$, $B(-3,3)$, $C(-4,-4)$, $D(4,-3)$, $E(4,0)$ y $F(0,4)$. Note que para mayor facilidad, en la ubicación, cada punto se identifica con una letra mayúscula.

Ejercicio

El punto $(-2,3)$ se encuentra en el tercer cuadrante.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

Ejercicio

El punto $(3,-3)$ se encuentra en el tercer cuadrante.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

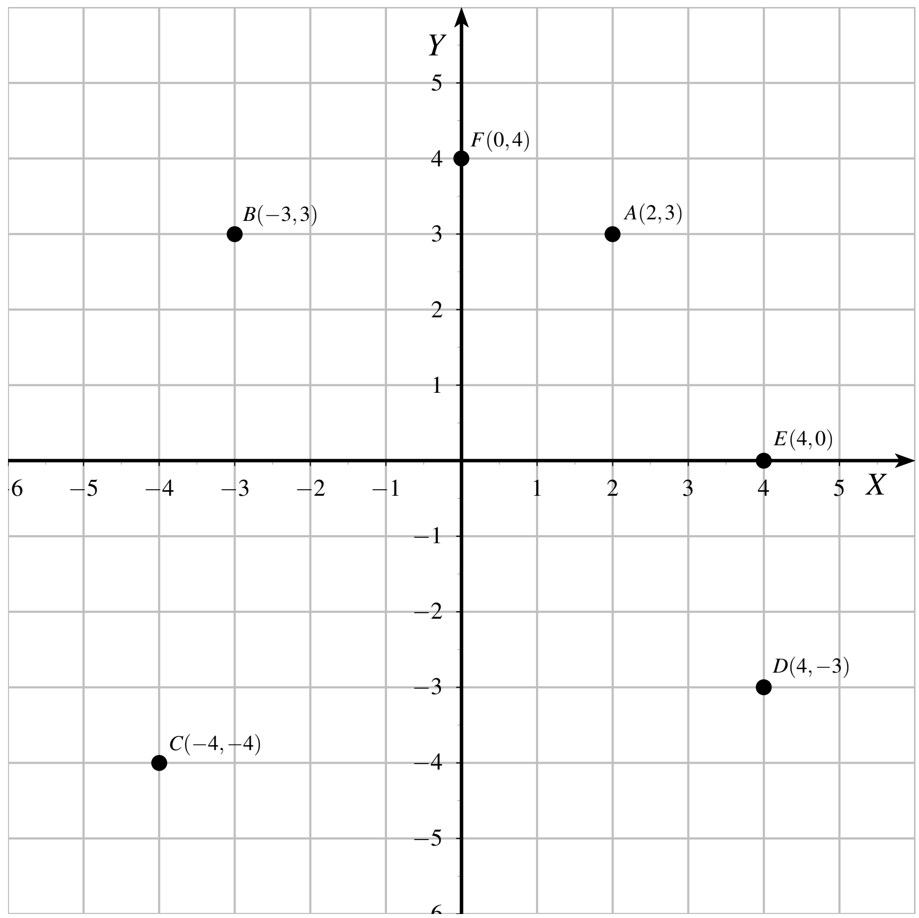


Figura 19: Algunos puntos marcados en el plano cartesiano.

Ejercicio

El punto (π, e) se encuentra en el primer cuadrante.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

Ejercicio

El punto $(0, -3)$ se encuentra sobre la ordenada.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

Ejercicio

El punto $(0, \pi)$ se encuentra sobre la abscisa.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

Ejercicio

El punto $(0, 5)$ se encuentra sobre la ordenada.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

3. Regiones en el plano cartesiano

Describir una región en el plano cartesiano, se puede ver como una extensión de ubicar intervalos en la recta real. Así por ejemplo, si el borde de una región no le pertenece, se pinta con segmentos de recta discontinuos $- - - -$, y si le pertenece, se dibuja con un segmento de recta continua ________ En la siguiente figura, se describe la región definida por los intervalos $a \leq x \leq b$ y $c \leq y \leq d$.

Observe que $x = a$, es una línea recta perpendicular al eje X y que de ella se toma el segmento comprendido entre los puntos (a, c) y (a, d). La recta $x = b$, también es perpendicular al eje X y, de ella se dibuja el segmento comprendido entre (b, c) y (b, d).

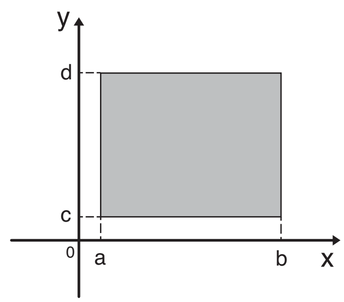


Figura 20: Región que incluye todos los bordes.

En el eje vertical tenemos que $y = c$, es una línea recta perpendicular al eje Y y que de ella se toma el segmento comprendido entre los puntos (a,c) y (b,c). La recta $y = d$, también es perpendicular al eje Y, y de ella se toma el segmento comprendido entre los puntos (a,d) y (b,d) se dibuja compacto.

Ejemplo

La región definida por $1 < x < 4$ y por $1 < y < 3$, le corresponden, todos los puntos que están al interior del rectángulo definido por las rectas dadas. No le corresponden los puntos que están sobre los segmentos que delimitan el rectángulo, como se ilustra en la siguiente gráfica.

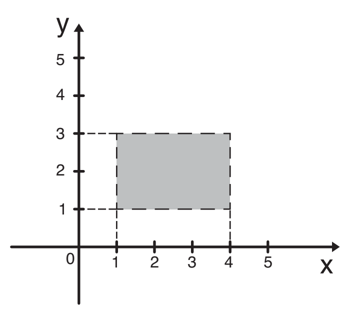


Figura 21: Región que no incluye los bordes.

Ejemplo

En la siguiente gráfica se encuentra dibujada la región del plano cartesiano definida por $c \leq y \leq d$. Note que la región, horizontalmente, es indefinida, debido a que la x puede tomar cualquier valor.

Ejemplo

En la siguiente gráfica se encuentra dibujada la región del plano cartesiano definida por $a \leq x \leq b$. Note que

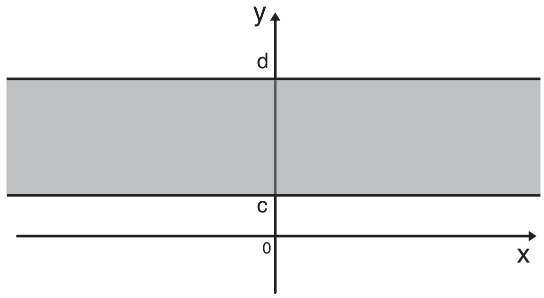


Figura 22: Región definida por $c \leq y \leq d$.

la región, verticalmente, es indefinida, debido a que la y puede tomar cualquier valor.

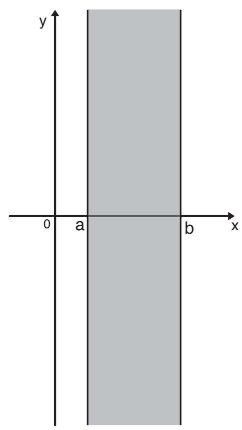


Figura 23: Región definida por $a \leq x \leq b$.

Ejemplo

La región definida por $2 \leq y$ está dada por todos los puntos que pertenecen a la recta $y = 2$ y por todos los que están arriba de ella en el plano cartesiano, como se ilustra en la siguiente gráfica:

Ejercicio

La región en el plano cartesiano $x < 2$ consta de todos los puntos del plano que están a la izquierda de la recta $x = 2$ sin incluir los puntos sobre dicha recta.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

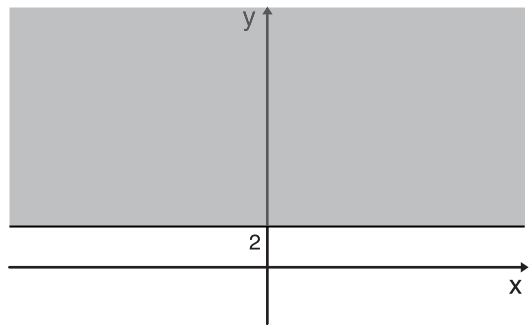


Figura 24: Región definida por $2 \leq y$.

Ejercicio

La región en el plano cartesiano $y > 3$ consta de todos los puntos del plano que están arriba de la recta $y = 3$ incluyendo los puntos sobre dicha recta.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

Ejercicio

La región en el plano cartesiano $y \leq -\pi$ consta de todos los puntos del plano que están debajo de la recta $y = -\pi$ incluyendo los puntos sobre dicha recta.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

Ejercicio

El punto $(0,0)$ pertenece a la región del plano definida por $-2 < x < 2$ y $-2 < y < 2$.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

Ejercicio

Los puntos $(-2,2)$ y $(1,1)$ pertenecen a la región del plano definida por $-2 < x < 1$ y $-1 < y < 2$.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

Ejercicio

Los puntos $(-2,2)$, $(1,1)$ y $(0,3)$ pertenecen a la región del plano definida por $-2 \leq x \leq 2$ y $-2 \leq y \leq 2$.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

Ejercicio

Los puntos $(-2,2)$ y $(2,2)$ pertenecen a la región del plano definida por $-2 \leq x \leq 2$ y $-2 \leq y \leq 2$.

a. V (Verdadero)

b. F (Falso)

4. Ejercicios

4.1. Ejercicios sobre intervalos

1. Para los intervalos $A = (-2,2)$ y $B = [-2,3]$, $A \cap B$ es
   a. $[-2,2]$
   b. $(-2,2]$
   c. $[-2,3)$
   d. $(-2,2)$
2. Para los intervalos $A = (-1,5]$ y $B = [-2,4]$, $A \cup B$ es
   a. $[-2,4]$
   b. $(-1,4]$
   c. $[-2,5]$
   d. $(-1,4]$
3. Para los intervalos $A = [-3,2)$, $B = (1,4]$, $A - B$ es
   a. $\emptyset$
   b. $[-3,1]$
   c. $(-\infty,-3) \cup (1,+\infty)$
   d. $(-\infty,1]$
4. Para los intervalos $A = (2,5]$, $B = (1,3)$, $(A \cup B) - (A \cap B)$ es
   a. $[1,2] \cup [3,5)$
   b. $[2,3]$
   c. $(1,2] \cup [3,5]$
   d. $(-\infty,2] \cup (5,\infty)$
5. Para los intervalos $A = [3,6)$, $B = [-4,4)$ y $C = [3,5)$, $A \cap (B \cup C)$ es
   a. $[3,5]$
   b. $[3,5)$
   c. $[-3,5)$
   d. $[-4,6)$

6. Para los intervalos $A = (-1,4]$ y $B = (-\infty,3]$, $A \cap B^c$ es

    a. $[3,5)$
    b. $(3,4]$
    c. $(-\infty,3] \cup (4,+\infty)$
    d. $(-\infty,-1] \cup (3,+\infty)$

7. Para los intervalos $A = (-1,\infty)$ y $B = (-\infty,4]$, $A^c \cup B^c$ es

    a. $(-1,4]$
    b. $(-1,4)]$
    c. $(-\infty,-1] \cup (4,+\infty)$
    d. $(-\infty,-1) \cup [4,+\infty)$

8. Para los intervalos $A = (-\infty,1]$, $B = (4,\infty)$, $A^c \cap B^c$ es

    a. $(-1,4]$
    b. $(-1,4)$
    c. $(-\infty,-1] \cup (4,+\infty)$
    d. $(1,4]$

9. Para los intervalos $A = [0,\infty)$, $B = (-\infty,0]$ se tiene que

    a. $A \cap B = 0$
    b. $A \cap B = \{0\}$
    c. $A \cap B = \emptyset$
    d. $A^c \cap B^c = \{0\}$

10. El intervalo $A = (-1,2]$

    a. Es abierto.
    b. Es cerrado.
    c. Es semiabierto.
    d. Contiene una cantidad finita de números racionales.

11. El intervalo abierto es

    a. $[-2,2]$
    b. $(-2,3]$
    c. $[-1,4]$
    d. $(-2,3)$

12. El intervalo cerrado es

    a. $[-4,2]$
    b. $(-2,3]$
    c. $(-\infty,4)$
    d. $(-\infty,4]$

13. La desigualdad $-2 < x \leq 3$ define el intervalo

    a. $(-2,3)$
    b. $(-2,3]$
    c. $[-2,3]$
    d. $[-1,3)$

14. La desigualdad $x \geq -3$ define el intervalo

    a. $(-\infty,-3)$
    b. $(-3,\infty)$
    c. $(-\infty,-3]$
    d. $[-3,\infty)$

15. La desigualdad $2 < x-1 \leq 4$ define el intervalo

    a. $(2,5]$
    b. $(3,5]$
    c. $(1,3]$
    d. $(2,4]$

16. En el intervalo $[-1,4)$

    a. Solo hay cinco números reales, a saber, $-1,0,1,2,3$.
    b. Solo hay un número finitos de reales positivos.
    c. Hay un número infinito de reales negativos.
    d. No está el número $\sqrt{2}-1$.

17. Si $U=(-\infty,\infty)$ y $A=[-1,4)$, entonces $A \triangle U$ es igual a:

    a. A^c
    b. A
    c. U
    d. $\emptyset$

18. Si $A=[-1,0)$, entonces $A\cap\mathbb{Z}$ es
    a. $\{0\}$
    b. $\{-1\}$
    c. $\{-1,0\}$
    d. $[-1,0)$

19. Si $U=(-\infty,\infty)$ y $A=[-4,-1]$, entonces $A\triangle\emptyset$ es
    a. A^c
    b. A
    c. U
    d. $\emptyset$

20. Para el intervalo $A=[-2,3)$, $A\cap\mathbb{N}$ es
    a. $\{-2,-1,0,1,2\}$
    b. $\{1,2\}$
    c. $\{1,2,3\}$
    d. A

21. Para el intervalo $A=(-2,3]$, se tiene que $A\cap\mathbb{Z}$ es
    a. $\{-1,0,1,2,3\}$
    b. $\{1,2,3\}$
    c. $\{-1\}$
    d. A

22. Para el intervalo $A=(-2,-1]$, se tiene que $A\cap\mathbb{Q}$ es
    a. Es igual a $\{-2,-1\}$
    b. Es igual a $\{-1\}$
    c. Tiene infinitos elementos.
    d. Es igual a A

23. Para el intervalo $A=(-2,-1]$, se tiene que $A\cap\mathbb{Q}^*$ es
    a. Es igual a A.
    b. Tiene infinitos elementos.
    c. Tiene una cantidad finita de elementos.
    d. Es igual a $\emptyset$.

24. Para el intervalo $A = (-2,1)$ y $B = \mathbb{Z}$ se tiene que $A \cap B^c$ es

    a. $\{-2,-1,0,1,2\}$
    b. $\{-1,0,1\}$
    c. $\{-1,0\}$
    d. $(-2,-1) \cup (-1,0) \cup (0,1)$

4.2. Ejercicios de apareamiento

1. A partir de los intervalos $A = (-2,3)$ y $B = [-2,3]$, ubique en correspondencia los enunciados del lado izquierdo con los del lado derecho.

1. $A \cap B$	$a.$ $\emptyset$
2. $A \cup B$	$b.$ $\{-2,3\}$
3. $A \triangle B$	$c.$ $[-2,3]$
4. $A - B$	$d.$ $(-2,3)$

2. Teniendo en cuenta los intervalos $A = (-1,\infty)$ y $B = [-2,3]$, ubique en correspondencia los enunciados del lado izquierdo con los del lado derecho.

1. $A \cap B^c$	$a.$ $(-\infty,-2) \cup (-1,-\infty)$
2. $A^c \cup B$	$b.$ $(-\infty,-2) \cup (-1,3]$
3. $(B-A)^c$	$c.$ $(-\infty,3]$
4. $A \triangle B^c$	$d.$ $(3,\infty)$

3. A partir de los intervalos $A = (-\infty,2)$ y $B = (1,\infty)$, ubique en correspondencia los enunciados del lado izquierdo con los del lado derecho.

1. $A^c \cap B$	$a.$ $(1,\infty)$
2. $A \cup B^c$	$b.$ $(-\infty,1] \cup [2,\infty)$
3. $(A-B)^c$	$c.$ $[2,\infty)$
4. $A^c \triangle B^c$	$d.$ $(-\infty,2)$

4. A partir de los intervalos $A = (-\infty,2)$ y $B = (1,\infty)$, ubique en correspondencia los enunciados del lado izquierdo con los del lado derecho.

1. $A^c \cap B$	$a.$ $(-\infty,2)$
2. $A \cap B^c$	$b.$ $(1,2)$
3. $(B-A)^c$	$c.$ $[2,\infty)$
4. $A^c \triangle B$	$d.$ $(-\infty,1]$

5. A partir de los intervalos $A = (-\infty,3]$ y $B = [3,\infty)$, ubique en correspondencia los enunciados del lado izquierdo con los del lado derecho.

1. $A \cap B^c$	$a.$ $\{3\}$
2. $A \cup B^c$	$b.$ $(-\infty,3) \cup (3,\infty)$
3. $A \cap B$	$c.$ $(-\infty,3)$
4. $A \triangle B$	$d.$ $(-\infty,3]$

6. A partir de los intervalos $A = (-\infty, -1) \cup [1, \infty)$ y $B = (0, \infty)$, ubique en correspondencia los enunciados del lado izquierdo con los del lado derecho.

1.	$A - (A - B)$	$a.$	$[-1, 0]$
2.	$A^c - B$	$b.$	$(-\infty, -1)$
3.	$A \cap B^c$	$c.$	$(-\infty, 0] \cup [1, \infty)$
4.	$A \cup B^c$	$d.$	$[1, \infty)$

4.3. Ejercicios de falso y verdadero

Para cada uno de los siguientes enunciados, escribir en el paréntesis una V, en caso que sea verdadero o una F, cuando sea falso.

1. ( ) $-3 \in \mathbb{N}$
2. ( ) $-\sqrt{4} \in \mathbb{Q}$
3. ( ) $-2 \in \mathbb{N}$
4. ( ) $-5\,\pi \in \mathbb{Q}$
5. ( ) $-7 \in \mathbb{Z}$
6. ( ) $\frac{-6}{5} \in \mathbb{R}$
7. ( ) $\sqrt{-4} \in \mathbb{R}$
8. ( ) $\frac{-6}{\sqrt{4}} \in \mathbb{Z}$
9. ( ) $\sqrt{-1} \in \mathbb{R}$
10. ( ) $\sqrt{5} \in \mathbb{Q}^*$
11. ( ) $\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}^*$
12. ( ) $\frac{-1}{\sqrt{9}} \in \mathbb{Q}$
13. ( ) $\frac{3}{\sqrt{16}} \in \mathbb{Q}^*$
14. ( ) $\sqrt{-1} \in \mathbb{Q}$
15. ( ) $\sqrt{-1} \in \mathbb{C}$
16. ( ) $\frac{-3}{4}\sqrt{-1} \in \mathbb{C}$
17. ( ) Todo número natural es número entero.
18. ( ) Todo número real es número irracional.

19. ( ) Todo número irracional es número real.

20. ( ) Todo número irracional es número complejo.

21. ( ) Algunos números reales son número naturales.

22. ( ) Algunos números racionales son número reales.

23. ( ) Algunos números enteros son número irracionales.

24. ( ) Algunos números racionales son número naturales.

25. ( ) Algunos números complejos son números naturales.

5. Bibliografía

1. Zill, D. G., & Dewar, J. M. (2008). Precálculo con avances de cálculo. McGraw-Hill Interamericana.

2. James, S., Redlin, L., Watson, S., Vidaurri, H., Alfaro, A., Anzures, M. B. J., & Fragoso Sánchez, F. (2007). Precálculo: matemáticas para el cálculo. México: Thomson Learning, 847.

3. Leithold, L., & González, F. M. (1998). Matemáticas previas al cálculo: funciones, gráficas y geometría analítica: con ejercicios para calculadora y graficadora. Oxford University Press.

4. Sullivan, M. (1998). Precálculo. Pearson Educación.

Índice